

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Formulário**

Axiomática: P1.  $P(A) \geq 0$  P2.  $P(\Omega) = 1$  P3. Se  $A \cap B = \emptyset$  então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos:  $M_X(s) = E(e^{sX})$ ;  $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \Rightarrow f(x) = (e^{-\lambda} \lambda^x) / x! (\lambda > 0, x = 0, 1, \dots); X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} (n > 1, x = 0, 1, \dots, n)$$

$$X \sim \text{Ex}(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0); \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2; (n-1)S'^2 = n S^2$$

$$X \sim \chi_{(n)}^2 \text{ então } E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; M_X(s) = (1 - 2s)^{-n/2}, s < \frac{1}{2}; \gamma_1 = \sqrt{8/n}; \gamma_2 = 3 + 12/n$$

**[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]**

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados  $\Omega$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $P(A) = 0.55, P(B) = 0.45, P(A - B) = 0.25$ então A e B constituem uma partição de $\Omega$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$P(A \cup B) = P(B)$ se e só se $A \subset B$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Seja $\{A, B\}$ uma partição de $\Omega$ e o acontecimento $C \subset \Omega$ então $P(C) = P(C A)P(A) + P(C B)P(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $P(A \cap B) = P(B)$ então $P(B) \leq P(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição  $F_X(x)$ ,  $D_X$  o conjunto de pontos de descontinuidade de  $F_X(x)$  e  $a \in \mathfrak{R}$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $F_X(x)$ é contínua à esquerda em todo $x \in \mathfrak{R}$ então X pode ser uma v.a. contínua	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma v.a. contínua então $P(X < a) = F_X(a)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $D_X = \emptyset$ então X é uma v.a. contínua	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma v.a. contínua, $F(x)$ pode assumir valores superiores a 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta  $F_{X,Y}(x, y)$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O percentil 75 da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $F_X(k) = 0.25$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se existe $E(X)$ e $E(Y)$ então $E(XY)$ existe sempre	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X e Y forem independentes pode-se garantir que $\rho_{X,Y} = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X e Y forem dependentes então $\text{Var}(X - 2Y) = \text{Var}(X) + 2\text{Var}(Y) - 2\text{Cov}(X, Y)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $X \sim U(a, a + 1), a > 0$ então a mediana da distribuição de $X$ é $\mu_e = 1/2$		
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X \leq \sigma) < 1/2$		
Seja $X$ v.a. que representa o número de ocorrências num processo de Poisson com taxa média $\lambda$ , então $Y$ , tempo de espera pela 1ª ocorrência, tem distribuição exponencial de média $1/\lambda$		
Se $X \sim B(n, \theta), n < 20, \theta \leq 0,001$ então a distribuição de $Po(n\theta)$ constitui uma boa aproximação à distribuição de $X$		

5. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n), n > 2$ , uma amostra casual simples retirada de um População  $X$  com parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
A variância da população é uma variável aleatória		
$X_1 + X_n$ é uma estatística		
Se $n \geq 30$ e $X \sim Po(\lambda)$ então $\frac{\bar{X} - \lambda}{\lambda/n} \sim N(0; 1)$		
Então $\forall x \in \mathbb{R}, P(X_1 < x, X_n < x) = [F(x)]^2$		

6. Seja  $X$  uma variável aleatória discreta com função probabilidade  $f_X(x)$ .

Demonstre que  $E[\psi_1(X) + \psi_2(X)] = E[\psi_1(X)] + E[\psi_2(X)]$

[Cotação: 15]

7. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra casual extraída de um População  $X$  com

$\mu = E(X_i)$  e  $\sigma^2 = Var(X_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Prove que  $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

[Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Formulário**

Axiomática: P1.  $P(A) \geq 0$  P2.  $P(\Omega) = 1$  P3. Se  $A \cap B = \emptyset$  então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$ ;  $\text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$ ;  $\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$ ;  $\text{Var}(aX + bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y)$ ;  $E(Y) = E_X[E(Y | X)]$ ;

Função geradora de momentos:  $M_X(s) = E(e^{sX})$ ;  $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$ ;

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = (e^{-\lambda} \lambda^x) / x!$  ( $\lambda > 0, x = 0, 1, \dots$ );  $X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x}$  ( $n > 1, x = 0, 1, \dots, n$ )

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$  ( $x > 0$ );  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ ;  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2$ ;  $(n-1)S'^2 = n S^2$

$X \sim \chi^2_{(n)}$  então  $E(X) = n$ ;  $\text{Var}(X) = 2n$ ;  $M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}$ ,  $s < \frac{1}{2}$ ;  $\gamma_1 = \sqrt{8/n}$ ;  $\gamma_2 = 3 + 12/n$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados  $\Omega$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $P(A) = 0.55, P(B) = 0.35, P(A B) = 0$ então A e B constituem uma partição de $\Omega$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$P(A \cup B) = P(A)$ se e só se $A \subset B$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Seja $\{A, B\}$ uma partição de $\Omega$ e o acontecimento $C \subset \Omega$ então $P(C) = P(A C)P(C) + P(B C)P(C)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $P(A \cap B) = P(A)$ então $P(A) \leq P(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição  $F_X(x)$ ,  $D_X$  o conjunto de pontos de descontinuidade de  $F_X(x)$  e  $a \in \mathfrak{R}$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $F_X(x)$ é estritamente crescente e contínua à esquerda excepto em algum $x \in \mathfrak{R}$ então X é uma v.a. mista	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma v.a. contínua então $P(X \leq a) = F_X(a)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $D_X \neq \emptyset$ então X é uma v.a. discreta ou mista.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$F(x)$ nunca pode assumir valores superiores a 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja  $(X, Y)$  uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta  $F_{X,Y}(x, y)$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O percentil 75 da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $P(X > k) = 0,25$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $\text{Cov}(X, Y) = 3$ , X e Y não são independentes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\text{Var}(X - 2Y) = \text{Var}(X) + 2\text{Var}(Y)$ se e só se X e Y forem independentes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Existindo $E(X)$ e $E(Y)$ pode não existir $E(XY)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $X \sim U(0, 2a)$ $a > 0$ então a mediana da distribuição de $X$ é $\mu_e = a$		
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X \leq \sigma) > 1/2$		
Seja $X$ v.a. que representa o número de ocorrências num processo de Poisson com taxa média $\lambda$ , então $Y$ , tempo de espera pela 5ª ocorrência, tem distribuição Gama de média $5/\lambda$ .		
Se $X \sim B(n, \theta)$ , $n \geq 3000$ , $\theta \geq 0,5$ então a distribuição de $Po(n\theta)$ constitui uma boa aproximação à distribuição de $X$ .		

5. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ,  $n > 2$ , uma amostra casual simples retirada de um População  $X$  com parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Os parâmetros da população são variáveis aleatórias		
$(\bar{X} - \mu)/\sigma$ é uma estatística		
Se $n \geq 30$ e $X \sim Po(\lambda)$ então $\frac{\bar{X} - \lambda}{\sqrt{\lambda/n}} \sim N(0; 1)$		
Então $\forall x \in \mathbb{R}, P(X_1 > x, X_n > x) = [1 - F(x)]^2$		

6. Seja  $X$  uma variável aleatória discreta com função probabilidade  $f_X(x)$ .

Demonstre que  $E[\psi_1(X) + \psi_2(X)] = E[\psi_1(X)] + E[\psi_2(X)]$

[Cotação: 15]

7. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra casual extraída de um População  $X$  com

$\mu = E(X_i)$  e  $\sigma^2 = Var(X_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Prove que  $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

[Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Formulário**

Axiomática: P1.  $P(A) \geq 0$  P2.  $P(\Omega) = 1$  P3. Se  $A \cap B = \emptyset$  então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos:  $M_X(s) = E(e^{sX})$ ;  $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \Rightarrow f(x) = (e^{-\lambda} \lambda^x) / x! (\lambda > 0, x = 0, 1, \dots); X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} (n > 1, x = 0, 1, \dots, n)$$

$$X \sim \text{Ex}(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0); \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2; (n-1)S'^2 = nS^2$$

$$X \sim \chi_{(n)}^2 \text{ então } E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; M_X(s) = (1 - 2s)^{-n/2}, s < \frac{1}{2}; \gamma_1 = \sqrt{8/n}; \gamma_2 = 3 + 12/n$$

**[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

1 Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados  $\Omega$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $P(A) = 0.55, P(B) = 0.35, P(A - B) = 0.55$ então A e B constituem uma partição de $\Omega$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$P(A \cup B) = P(B)$ se e só se $B \subset A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Seja $\{A, B\}$ uma partição de $\Omega$ e o acontecimento $C \subset \Omega$ então $P(C) = P(C A)P(A) + P(C B)P(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $P(A \cap B) = P(B)$ então $P(B) \geq P(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição  $F_X(x)$ ,  $D_X$  o conjunto de pontos de descontinuidade de  $F_X(x)$  e  $a \in \mathfrak{R}$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
X é variável aleatória discreta se e só se $P(X \in D_X) = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma v.a. discreta então $P(X < a) = F_X(a - 0)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma v.a. discreta então $D_X$ pode não ser finito	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma variável aleatória mista, $F(x)$ pode assumir valores superiores a 1 nos pontos de descontinuidade de $F(x)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta  $F_{X,Y}(x, y)$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O percentil 25 da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $F_X(k) = 0.25$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $\text{Cov}(X, Y) = 0$ , X e Y são independentes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A existência de $E(X)$ e $E(Y)$ não garante a existência de $E(XY)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X e Y forem dependentes então $\text{Var}(X - 2Y) = \text{Var}(X) - 4\text{Var}(Y) - 2\text{Cov}(X, Y)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $X \sim U(-a, a)$ , $a > 0$ , então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = 0$		
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X \geq \sigma) > 1/2$		
Se $X \sim B(n, \theta)$ , $n \geq 3000$ , $\theta \leq 0,001$ então a distribuição de $Po(n\theta)$ constitui uma boa aproximação à distribuição de X.		
Seja X v.a. que representa o número de ocorrências num processo de Poisson com taxa média $\lambda$ , então Y, tempo de espera entre ocorrências consecutivas, tem distribuição exponencial de média $1/\lambda$		

5. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ,  $n > 2$ , uma amostra casual simples retirada de uma População X com parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
A média da população é uma variável aleatória		
$\bar{X} - \mu$ é uma estatística		
Se $n \geq 30$ e $X \sim B(1; \theta)$ então $\frac{\bar{X} - \theta}{\theta(1-\theta)/n} \sim N(0; 1)$		
Então $\forall x \in \mathbb{R}, P(X_1 > x, X_n > x) = 1 - [1 - F(x)]^2$		

6. Seja X uma variável aleatória discreta com função probabilidade  $f_X(x)$ .

Demonstre que  $E[\psi_1(X) + \psi_2(X)] = E[\psi_1(X)] + E[\psi_2(X)]$

[Cotação: 15]

7. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra casual extraída de um População X com

$\mu = E(X_i)$  e  $\sigma^2 = Var(X_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Prove que  $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

[Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Formulário**

Axiomática: P1.  $P(A) \geq 0$  P2.  $P(\Omega) = 1$  P3. Se  $A \cap B = \emptyset$  então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos:  $M_X(s) = E(e^{sX})$ ;  $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \Rightarrow f(x) = (e^{-\lambda} \lambda^x) / x! (\lambda > 0, x = 0, 1, \dots); X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} (n > 1, x = 0, 1, \dots, n)$$

$$X \sim \text{Ex}(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0); \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2; (n-1)S^2 = n S^2$$

$$X \sim \chi_{(n)}^2 \text{ então } E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; M_X(s) = (1 - 2s)^{-n/2}, s < \frac{1}{2}; \gamma_1 = \sqrt{8/n}; \gamma_2 = 3 + 12/n$$

**[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados  $\Omega$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $P(A) = 0.55, P(B) = 0.45, P(A B) = 0$ então A e B constituem uma partição de $\Omega$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$P(A \cup B) = P(A)$ se e só se $B \subset A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Seja $\{A, B\}$ uma partição de $\Omega$ e o acontecimento $C \subset \Omega$ então $P(C) = P(A C)P(A) + P(B C)P(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $P(A \cap B) = P(A)$ então $P(B) \leq P(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição  $F_X(x)$ ,  $D_X$  o conjunto de pontos de descontinuidade de  $F_X(x)$  e  $a \in \mathfrak{R}$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $F_X(x)$ é estritamente crescente e contínua à esquerda excepto em algum $x \in \mathfrak{R}$ então X é uma v.a. mista	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma v.a. discreta então $P(X < a) = F_X(a)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma v.a. contínua então $D_X$ é um intervalo de $\mathfrak{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$F(x)$ nunca pode assumir valores inferiores a 0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta  $F_{X,Y}(x, y)$ .

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O percentil 25 da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $P(X > k) = 0.75$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X e Y são independentes então $\text{Cov}(X, Y) = 0$ ,	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\text{Var}(X - 2Y) = \text{Var}(X) - 4\text{Var}(Y)$ se e só se X e Y forem independentes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A existência de $E(X)$ e $E(Y)$ garante a existência de $E(XY)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $X \sim U(-a, a + 1)$ , então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = 1$		
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X \geq \sigma) < 1/2$		
Seja X v.a. que representa o número de ocorrências num processo de Poisson com taxa média $\lambda$ , então Y, tempo de espera pela 5ª ocorrência, tem distribuição exponencial de média $5/\lambda$		
Se $X \sim B(n, \theta)$ , $n \leq 30$ , $\theta \geq 0,5$ então a distribuição de $Po(n\theta)$ constitui uma boa aproximação à distribuição de X.		

5. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ,  $n > 2$ , uma amostra casual simples retirada de uma População X com parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Os parâmetros da população são variáveis aleatórias		
$(X_1, X_2, \dots, X_n)$ é uma estatística		
Se $n \geq 30$ e $X \sim B(1; \theta)$ então $\frac{\bar{X} - \theta}{\sqrt{\theta(1-\theta)/n}} \sim N(0; 1)$		
Então $\forall x \in \mathbb{R}$ , $P(X_1 < x, X_n > x) = F(x) - [F(x)]^2$		

6. Seja X uma variável aleatória discreta com função probabilidade  $f_X(x)$ .

Demonstre que  $E[\psi_1(X) + \psi_2(X)] = E[\psi_1(X)] + E[\psi_2(X)]$

[Cotação: 15]

7. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra casual extraída de um População X com

$\mu = E(X_i)$  e  $\sigma^2 = Var(X_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Prove que  $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

[Cotação: 15]





Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1.(20)	3a.(10)	4a.(10)	4c.(15)	5a.(10)	T:
2.(10)	3b.(15)	4b.(10)		5b.(20)	P:

1. A audiência a um dado espectáculo tem a seguinte composição: 50% de portugueses (A1), 30% de espanhóis (A2), restantes são pessoas provenientes de outras origens (A3). Sabe-se que 30% dos portugueses são homens, 75% dos espanhóis são mulheres, e 50% de pessoas provenientes de outras origens são mulheres. O artista pede aos homens presentes que se levantem e escolhe aleatoriamente um para participar no espectáculo.  
Qual a probabilidade de ser escolhido um português?

2. O número de pessoas que chegam por hora em determinado serviço público segue um processo de Poisson com intensidade média igual a 10.  
Determine a probabilidade de em meia hora chegarem menos de 8 pessoas.

0.9319

0.1044

0.0653

0.8666

3. Uma loja vende dois produtos A e B. Seja X a procura diária de A e Y a procura diária de B. A função probabilidade conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	0	1	2	3	
0	0.1	0.05	0.1	0.05	
1	0.1	0.15	0.15	0.1	
2	0.02	0.03	0.1	0.05	

- a) Construa as funções probabilidade marginais na tabela acima. O que pode concluir sobre a independência das variáveis aleatórias X e Y? Justifique.

- b) Calcule o número médio de unidades do produto B procuradas num dia em que a procura do produto A foi de 2 unidades.

4. A vida útil ( em milhares de kms) de um pneu de determinada marca tem distribuição normal de média 45 e desvio padrão 8.

a) Qual a probabilidade de um pneu dessa marca, escolhido ao acaso, durar menos de 55 mil kms?.

0.1057

0.9696

0.2660

0.8944

b) Num carro equipado com 4 pneus dessa marca qual a probabilidade de que pelo menos 3 durem menos de 45 mil kms.

0.3125

0.625

0.0625

0.75

c) Numa amostra aleatória de 5 pneus qual a probabilidade de a duração mínima ser inferior à média da população.

5. Seja  $X$  a variável aleatória que representa, em **centenas** de euros, o lucro de uma operação comercial e cuja função densidade de probabilidade é :

$$f_X(x) = 1/8 \quad (-2 < x < 6)$$

a) Determine a probabilidade de a operação ter tido lucro.

b) Sabe-se que a operação teve um lucro inferior a 200 euros, qual a probabilidade de ter sido superior a 100 euros?



Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1.(20)	3a.(10)	4a.(10)	4c.(15)	5a.(10)	T:
2.(10)	3b.(15)	4b.(10)		5b.(20)	P:

1. A audiência a um dado espectáculo tem a seguinte composição: 50% de portugueses (A1), 30% de espanhóis (A2), restantes são pessoas provenientes de outras origens (A3). Sabe-se que 30% dos portugueses são homens, 75% dos espanhóis são mulheres, e 50% de pessoas provenientes de outras origens são mulheres. O artista pede aos homens presentes que se levantem e escolhe aleatoriamente um para participar no espectáculo. Qual a probabilidade de ser escolhido um português?

2. O número de pessoas que chegam por hora em determinado serviço público segue um processo de Poisson com intensidade média igual a 10.

Determine a probabilidade de em meia hora chegarem menos de 9 pessoas.

0,0363

0.9319

0.0653

0.9682

3. Uma loja vende dois produtos A e B. Seja X a procura diária de A e Y a procura diária de B. A função probabilidade conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	0	1	2	3	
0	0.1	0.05	0.1	0.05	
1	0.1	0.15	0.15	0.1	
2	0.02	0.03	0.1	0.05	

a) Construa as funções probabilidade marginais na tabela acima. O que pode concluir sobre a independência das variáveis aleatórias X e Y? Justifique.

a. Calcule o número médio de unidades do produto B procuradas num dia em que a procura do produto A foi de 2 unidades

4. A vida útil ( em milhares de kms) de um pneu de determinada marca tem distribuição normal de média 45 e desvio padrão 8.

a) Qual a probabilidade de um pneu dessa marca, escolhido ao acaso, durar menos de 60 mil kms?.

0.8944

0.1057

0.9696

0.2660

b) Num carro equipado com 4 pneus dessa marca qual a probabilidade de que pelo menos 2 durem menos de 45 mil kms.

0.625

0.6875

0.3125

0.75

c) Numa amostra aleatória de 5 pneus qual a probabilidade de a duração mínima ser inferior à média da população.

5. Seja  $X$  a variável aleatória que representa, em **centenas** de euros, o lucro de uma operação comercial e cuja função densidade de probabilidade é :

$$f_X(x) = 1/8 \quad (-2 < x < 6)$$

a) Determine a probabilidade de a operação ter tido lucro.

b) Sabe-se que a operação teve um lucro inferior a 200 euros, qual a probabilidade de ter sido superior a 100 euros?



Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1.(20)	3a.(10)	4a.(10)	4c.(15)	5a.(10)	T:
2.(10)	3b.(15)	4b.(10)		5b.(20)	P:

1. A audiência a um dado espectáculo tem a seguinte composição: 50% de portugueses (A1), 30% de espanhóis (A2), restantes são pessoas provenientes de outras origens (A3). Sabe-se que 30% dos portugueses são homens, 75% dos espanhóis são mulheres, e 50% de pessoas provenientes de outras origens são mulheres. O artista pede aos homens presentes que se levantem e escolhe aleatoriamente um para participar no espectáculo. Qual a probabilidade de ser escolhido um português?

2. O número de pessoas atendidas por hora em determinado serviço público tem distribuição de Poisson com média igual a 10.

a) Determine a probabilidade de em duas horas chegarem menos de 15 pessoas.

0.1565       0.0516       0.1049       0.0387

b) Qual a probabilidade de o tempo de espera por atendimento ser no máximo de 5 minutos.

3. Uma loja vende dois produtos A e B. Seja X a procura diária de A e Y a procura diária de B. A função probabilidade conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	0	1	2	3	
0	0.1	0.05	0.1	0.05	
1	0.1	0.15	0.15	0.1	
2	0.02	0.03	0.1	0.05	

- a) Construa as funções probabilidade marginais na tabela acima. O que pode concluir sobre a independência das variáveis aleatórias X e Y? Justifique.

- b) Calcule o número médio de unidades do produto B procuradas num dia em que a procura do produto A foi de 2 unidades.



4. A vida útil ( em milhares de kms) de um pneu de determinada marca tem distribuição normal de média 45 e desvio padrão 8.

a) Qual a probabilidade de um pneu dessa marca, escolhido ao acaso, durar menos de 40 mil kms?.

0.8944

0.2660

0.9696

0.1057

b) Num carro equipado com 4 pneus dessa marca qual a probabilidade de que pelo menos 3 durem mais de 45 mil kms.

0.3125

0.625

0.0625

0.75

c) Numa amostra aleatória de 5 pneus qual a probabilidade de a duração mínima ser inferior à média da população.

5. Seja  $X$  a variável aleatória que representa, em **centenas** de euros, o lucro de uma operação comercial e cuja função densidade de probabilidade é :

$$f_X(x) = 1/8 \quad (-2 < x < 6)$$

a. Determine a probabilidade de a operação ter tido lucro.

b. Sabe-se que a operação teve um lucro inferior a 200 euros, qual a probabilidade de ter sido superior a 100 euros?



Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1.(20)	3a.(10)	4a.(10)	4c.(15)	5a.(10)	T:
2.(10)	3b.(15)	4b.(10)		5b.(20)	P:

1. A audiência a um dado espectáculo tem a seguinte composição: 50% de portugueses (A1), 30% de espanhóis (A2), restantes são pessoas provenientes de outras origens (A3). Sabe-se que 30% dos portugueses são homens, 75% dos espanhóis são mulheres, e 50% de pessoas provenientes de outras origens são mulheres. O artista pede aos homens presentes que se levantem e escolhe aleatoriamente um para participar no espectáculo. Qual a probabilidade de ser escolhido um português?

2. O número de pessoas atendidas por hora em determinado serviço público tem distribuição de Poisson com média igual a 10.

Determine a probabilidade de em 24 minutos chegarem menos de 8 pessoas.

0.0298

0.9489

0.0595

0.9786

3. Uma loja vende dois produtos A e B. Seja X a procura diária de A e Y a procura diária de B. A função probabilidade conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	0	1	2	3	
0	0.1	0.05	0.1	0.05	
1	0.1	0.15	0.15	0.1	
2	0.02	0.03	0.1	0.05	

- a) Construa as funções probabilidade marginais na tabela acima. O que pode concluir sobre a independência das variáveis aleatórias X e Y? Justifique.

- b) Calcule o número médio de unidades do produto B procuradas num dia em que a procura do produto A foi de 2 unidades.

4. A vida útil ( em milhares de kms) de um pneu de determinada marca tem distribuição normal de média 45 e desvio padrão 8.

a) Qual a probabilidade de um pneu dessa marca, escolhido ao acaso, durar menos de 35 mil kms?.

0.1057

0.9696

0.2660

0.8944

b) Num carro equipado com 4 pneus dessa marca qual a probabilidade de que pelo menos 2 durem mais de 45 mil kms.

0.625

0.6875

0.3125

0.75

c) Numa amostra aleatória de 5 pneus qual a probabilidade de a duração mínima ser inferior à média da população.

5. Seja  $X$  a variável aleatória que representa, em **centenas** de euros, o lucro de uma operação comercial e cuja função densidade de probabilidade é :

$$f_X(x) = 1/8 \quad (-2 < x < 6)$$

a) Determine a probabilidade de a operação ter tido lucro.

b) Sabe-se que a operação teve um lucro inferior a 200 euros, qual a probabilidade de ter sido superior a 100 euros?